**DST Mathématiques**

**Durée : 2 heures**

*Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.*

*Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.*

*Seul le formulaire fourni est accepté*

**EXERCICE 1 :** 3 points

*Dans cet exercice figurent trois questions.*

*Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Chaque bonne réponse rapporte un point, une mauvaise réponse occasionne une perte de 0.5 point et l’absence de réponse 0 point*

1. L’équation différentielle admet pour solutions les fonctions définies sur lR par :
2. 
3. 
4. 
5. 
6. Parmi ces fonctions laquelle est solution de l’équation différentielle :

a) 

b) 

c) 

d) 

1. On considère l’équation différentielle (*E*) : *y’* + 2*y* = 2e-2x, où *y* est une fonction de la variable réelle *x*, définie et dérivable sur lR, et *y’* la fonction dérivée de *y*.

Parmi ces propositions, la solution particulière *h(x)* de l’équation différentielle (*E*) est :

1. 
2. 
3. 
4. 

**EXERCICE 2 :** 8 points

Une banque propose à ses clients de s’abonner au service « bank.net » qui permet de consulter son compte et d’effectuer des transactions via une connexion internet.

Le tableau ci-dessous donne l’évolution du nombre de clients de la banque et du nombre de clients abonnés à « bank.net » de l’année 2003 à 2008.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Année | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 |
| Rang de l’année xi | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Nombre de clients yi (en milliers) | 298 | 310 | 321 | 330 | 339 | 348 |
| Nombre d’abonnés qi (en milliers) | 45 | 53 | 63 | 74 | 87 | 103 |

1. Calculer le pourcentage d’abonnés à « bank.net » au 1er janvier 2003 (donner le résultat arrondi à l’unité)
2. Calculer le taux d’accroissement du nombre de clients de la banque abonnés à « bank.net » entre le 1er janvier 2003 et le 1er janvier 2008 (ce taux sera exprimé en pourcentage et arrondi à l’unité)
3. Calculer le coefficient de corrélation de la série ( xi ; yi ). Interpréter le résultat.
4. Donner l’équation de la droite de régression de y en x. Le coefficient directeur sera arrondi au dixième et l’ordonnée à l’origine sera arrondie à l’unité.
5. En supposant que la tendance observée selon ce modèle, donner une estimation du nombre de clients au 1er janvier 2012.
6. On pose zi = ln (qi)
   1. Compléter le tableau ci-dessous (les valeurs de zi seront arrondis au millème):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| zi |  |  |  |  |  |  |

* 1. Donner la droite de régression de z en x (les coefficients seront arrondis au millième)
  2. Déterminer la relation liant les variables x et q sous la forme q = x où et sont des réels à déterminer.
  3. En supposant que l’évolution se poursuive selon ce modèle, quel sera le nombre de clients abonnés à « bank.net » au 1er janvier 2012 ?
  4. Quel serait alors selon l’estimation obtenue à la question 5 et à l’estimation précédente, le pourcentage de clients abonnés à « bank.net » au 1er janvier 2012 ?

**EXERCICE 3 :** 9 points

1. **Résolution d’une équation différentielle**

On considère l’équation différentielle , où *y* est une fonction de la variable réelle *x*, définie et dérivable sur [-5 ; 5] , et y ’ la fonction dérivée de la fonction *y*.

1. Déterminer les solutions sur [-5 ; 5] de l’équation différentielle .
2. Soit la fonction définie sur [-5 ; 5] par , où *a* est une constante réelle. Déterminer *a* pour que la fonction soit solution particulière de l’équation différentielle (*E*).
3. En déduire l’ensemble des solutions de l’équation différentielle (*E*).
4. Déterminer la solution de l’équation différentielle (*E*) qui vérifie la condition  (0) = 0.
5. **Etude d’une fonction**

Soit la fonction définie sur [-5 ; 5] par . Soit C la courbe représentative de C dans un repère d’unité graphique 2 cm

1. On désigne par ’ la fonction dérivée de la fonctionsur [-5 ; 5]. Déterminer.
2. Etudier le signe desur [-5 ; 5]. En déduire les variations de  sur cet intervalle et dresser son tableau de variations. On précisera les valeurs remarquables de  et
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de en 0.
4. **Calcul intégral**
5. Calculer la valeur exacte de l’intégrale  puis en donner une valeur approchée au centième.
6. En déduire la valeur moyenne de la fonction sur [0; 5].